

Rileviamo il campo magnetico generato dalla corrente di spostamento

Alessandro Iscra, docente presso l'IIS "Vittorio Emanuele II" di Genova

Carla Lesino, docente presso il Liceo Scientifico "Nicoloso da Recco" di Recco (GE)

documento redatto in occasione della

selezione delle proposte nazionali candidate per Science on Stage 2,

5, 6 ottobre 2006, Assergi (AQ)

Introduzione

L'insegnamento dell'elettromagnetismo nella fisica dei licei è supportato da numerose esperienze di laboratorio, ma il concetto di corrente di spostamento rimane molte volte meno chiaro, anche perché non si realizzano esperimenti finalizzati a evidenziarne la presenza.

Si propone di seguito un esperimento che mette in evidenza che un campo magnetico elettrico variabile genera un campo magnetico variabile, ricorrendo ad una struttura realizzabile con materiale povero, corredata di strumentazione generalmente disponibile nei laboratori scolastici di fisica e, comunque, disponibile in numerosi esemplari nei laboratori di elettronica degli istituti tecnici industriali.

Gli argomenti di seguito esposti privilegiano l'uso di un linguaggio adeguato per gli studenti liceali rispetto a un forte rigore analitico (es: non si prende in considerazione il concetto di flusso concatenato con una superficie tridimensionale, ma solo relativamente a sezioni coassiali con l'asse di simmetria delle configurazioni geometriche prese in considerazione).

L'esperienza è stata proposta agli studenti del quinto anno del Liceo Scientifico Nicoloso da Recco di Recco (GE) ed ha rilevato delle notevoli ricadute didattiche, testimoniate da una simulazione di terza prova dell'esame di Stato.

L'esperimento è inoltre corredato da un percorso sperimentale propedeutico, che permette di illustrare agli studenti esperimenti di elettromagnetismo più tradizionali, ma realizzati con una struttura simile a quella che permette di verificare Terza Equazione di Maxwell.

Il percorso sperimentale propedeutico permette di quantificare inoltre l'intensità del campo magnetico prodotto da un conduttore rettilineo percorso da corrente elettrica, mostrando come già a breve distanza il campo magnetico risulta più debole di quello terrestre con intensità di correnti significative, dell'ordine di 10 A. Questo permette di razionalizzare i timori associati all'inquinamento elettromagnetico; non a caso il lavoro è stato supportato dal Consorzio Elettra 2000 (www.elettra2000.it) in occasione di un evento pubblico realizzato a Genova nel mese di maggio dell'anno 2006 (www.iscra.net/eta).

Questo documento è in evoluzione, versioni più aggiornate saranno disponibili nei siti www.iscra.net/eta e www.iscra.net/radio_educational. Gli autori incoraggiano i lettori a fornire ogni commento e suggerimento, che potrà essere inoltrato tramite l'indirizzo email: iscra@iscra.net.

Il percorso sperimentale propedeutico

L'esperimento finalizzato a verificare come un campo elettrico variabile genera un campo magnetico variabile prevede di rilevare quest'ultimo indirettamente, tramite la forza elettromotrice indotta in un solenoide. La comprensione del fenomeno richiede pertanto una minima padronanza di altre nozioni di elettromagnetismo, quali la Legge dell'induzione di Faraday e, considerando la struttura del sistema, la legge di Biot – Savart. Risulta sicuramente utile realizzare una prima sequenza di semplici esperienze finalizzate a richiamare questi concetti propedeutici.

Si consideri quindi lo scenario di Figura 1, in cui si pone una bussola e un solenoide in prossimità di un conduttore di rame rettilineo. Il solenoide, di sezione A (di qualche cm^2), è costituito da N (qualche centinaia) spire ed è collegato a un oscilloscopio.

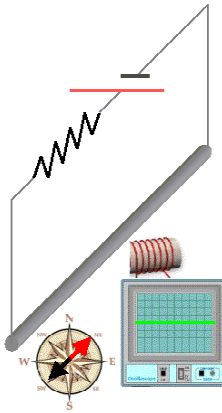


Figura 1a

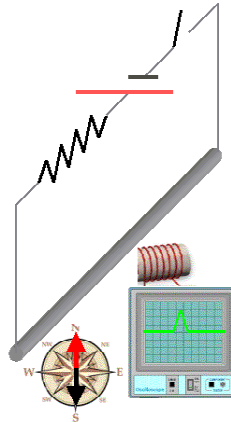


Figura 1b

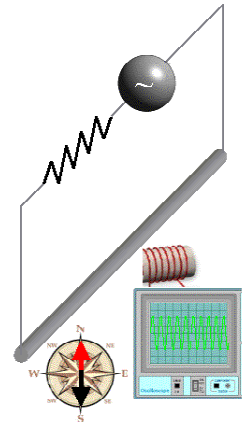


Figura 1c

Prima di fare attraversare il conduttore rettilineo da corrente elettrica, si posiziona la bussola, alla distanza r di circa 4 cm dal filo, in modo tale che l'ago magnetico punti verso il conduttore di rame. Poiché le linee di forza del campo magnetico saranno circolari, in questo modo il vettore in prossimità della bussola sarà perpendicolare al campo magnetico terrestre, garantendo così la massima sensibilità dell'ago magnetico al campo prodotto dal conduttore e permettendo agevolmente di confrontare l'intensità del campo prodotto dal filo con quella del campo magnetico terrestre.

Il solenoide è collocato a distanza r dal filo, disposto in modo da massimizzare il flusso concatenato. Il circuito elettrico si chiude con un generatore di bassa tensione in serie a una resistenza (possibilmente realizzata tramite un reostato). Al fine di ridurre le perturbazioni del campo magnetico da parte del circuito, rispetto al filo rettilineo, è opportuno ricorrere a una struttura rettangolare, in cui il lato parallelo al filo rettilineo disti almeno 2 metri da quest'ultimo (con riferimento a distanze dei rivelatori bussola-solenoide non superiori a 10 cm).

Si realizzano quindi le seguenti esperienze:

Effetto di una corrente continua

Si imprime nel conduttore un'intensità di corrente continua pari a circa 10 A, osservando il movimento dell'ago della bussola e l'assenza di forza elettromotrice indotta nel solenoide.

Si possono quindi effettuare le seguenti considerazioni:

1. Il campo magnetico generato dal filo è paragonabile a quello terrestre, poiché si nota che l'ago della bussola devia e senza disporsi ortogonalmente alla posizione di riposo.
2. Una corrente costante, eventualmente molto intensa, non produce fenomeni di induzione elettromagnetica.

L'esperienza si presta inoltre a:

1. Regolare l'intensità di corrente in modo tale che l'ago della bussola devii di 45 gradi a cui corrisponde un campo a distanza r pari a quello terrestre, quindi:
2. Allontanare la bussola con spostamento radiale, portandola a distanza $2r$ dal filo, rilevare la nuova deviazione dell'ago e, applicando la scomposizione vettoriale sapendo che il campo magnetico terrestre è rimasto ovviamente costante, verificare che quello prodotto dal filo ha intensità dimezzata.
3. Con la bussola ancora a distanza $2r$, raddoppiare l'intensità di corrente verificando che la deviazione dell'ago ritorna a valere 45 gradi.

4. Applicando la legge di Biot–Savart, con riferimento alle grandezze in gioco nel Punto 1 o 2, calcolare l'intensità del campo magnetico terrestre e confrontarla con i valori reperibili nei testi scolastici.

Effetto dei transitori

Si osserva attentamente l'oscilloscopio durante la brusca chiusura e all'apertura del circuito (Figura 1b). Si nota in questi casi la rivelazione di alcuni impulsi, verificando come i fenomeni di induzione elettromagnetica sono associati a variazioni del campo magnetico.

Effetto di una corrente alternata alla frequenza di 50 Hz

Si imprime nel filo rettilineo una corrente alternata $i(t) = I_M \sin(2\pi ft)$, di intensità massima pari a circa 10 A e frequenza 50 Hz, ottenibile facilmente sostituendo alla batteria un trasformatore, il cui avvolgimento primario sia collegato alla rete elettrica. Si osserva quindi che:

1. L'ago della bussola rimane fermo.
2. Risulta ben visibile e misurabile la tensione indotta nel solenoide.

Calcolando tramite la legge di Biot-Savart l'intensità del campo magnetico che si concatena con il solenoide, quindi il flusso e la sua derivata rispetto al tempo, è possibile confrontare il valore di forza elettromotrice misurato tramite l'oscilloscopio con quello stimato per via teorica, notando una soddisfacente affinità fra i due valori.

Effetto di una corrente alternata di frequenza variabile

Si sostituisce al trasformatore un generatore di tensione sinusoidale di frequenza variabile (facilmente reperibile nei laboratori di elettronica di un istituto tecnico industriale, ma anche piuttosto diffuso nei laboratori di fisica per generare, con l'ausilio di un altoparlante, frequenze udibili).

Lasciando invariata l'ampiezza della tensione e il valore della resistenza (quindi rimane costante l'ampiezza della corrente), si varia la frequenza fra 100 Hz e 20000 Hz, verificando come la f.e.m. indotta nel solenoide sia proporzionale alla frequenza (nota: per frequenze più elevate non è più garantita la costanza dell'intensità di corrente a seguito di fenomeni induttivi e capacitivi associati al circuito che realizza, in ultima analisi, una grande spira rettangolare).

Il campo magnetico generato dalla corrente di spostamento

L'idea è quella di tagliare il conduttore rettilineo interponendo un condensatore e rilevare con un solenoide i fenomeni di induzione che si presentano in prossimità del dielettrico. Si consideri quindi la configurazione di Figura 2.

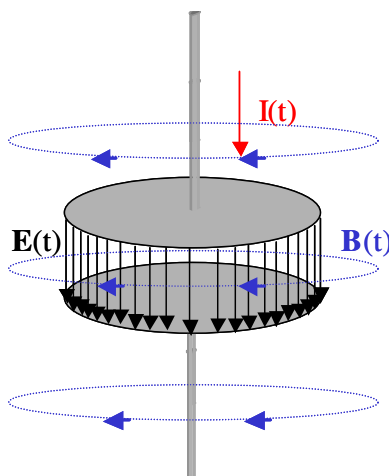


Figura 2. Il conduttore rettilineo “interrotto” dalla presenza di un condensatore piano

Il condensatore piano ha armature cilindriche, al fine di mantenere la simmetria della struttura rispetto al suo asse, e dielettrico in polistirolo. Lo scopo è quello di rilevare tramite un solenoide il campo magnetico nelle immediate vicinanze del dielettrico, quindi, facendo scorrere il solenoide in alto e in basso (Figura 3) mantenendo invariata la distanza rispetto al filo, osservare se e quanto varia la f.e.m. indotta durante lo scorrimento.

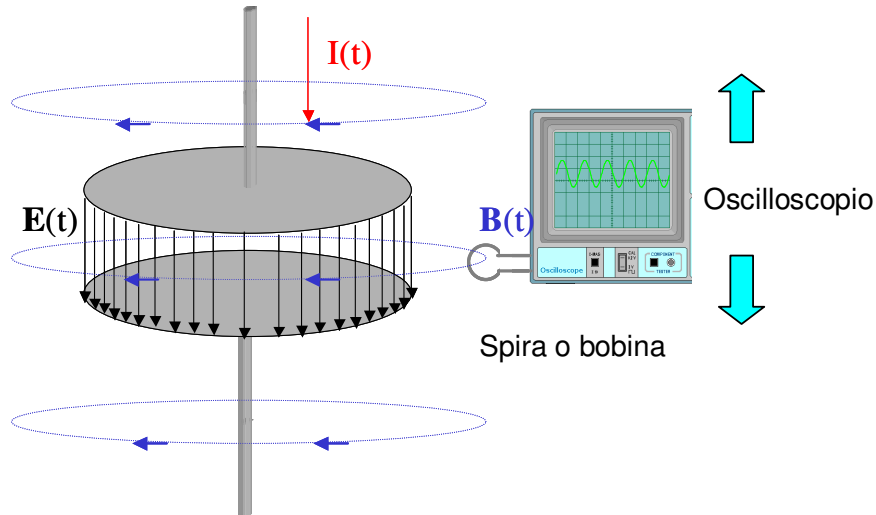


Figura 3. Schema della struttura realizzata per rilevare il campo magnetico generato dalla corrente di spostamento

Il problema principale consiste nel riuscire a imprimere nel circuito, nonostante la presenza del condensatore, un'intensità di corrente sufficiente a generare un campo magnetico rilevabile con un solenoide di piccole dimensioni. Dopo un'approfondita fase di studio analisi, sono stati ottenuti risultati molto soddisfacenti realizzando un condensatore con armature di raggio pari a 0,5 m e dielettrico in polistirolo avente uno spessore di 2 cm. La forza elettromotrice applicata agli estremi del condensatore ha ampiezza 20 V e frequenza 3 MHz. L'esperienza mostra che non si rivelano variazioni quando il solenoide passa in prossimità del dielettrico, rispetto a quando ha di fronte il filo, al punto tale che nascondendo la struttura non è possibile, con questo metodo, rilevare la posizione del condensatore ("indovina dov'è il condensatore?").

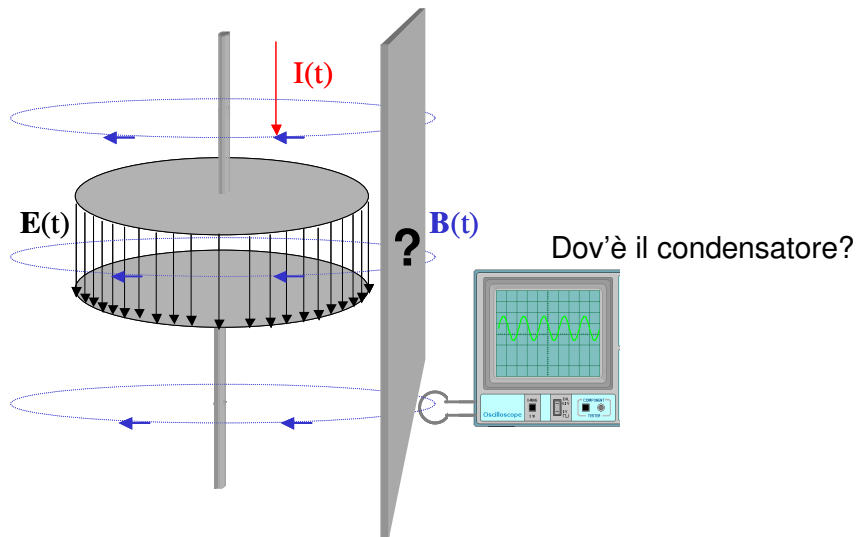


Figura 4. Nascondendo il condensatore, non è possibile rilevare la sua presenza tramite la f.e.m. indotta nel solenoide

Il fenomeno osservato è interpretabile come segue: quando il solenoide si trova di fronte al filo, la Legge di Biot-Savart fornisce:

$$B(t) = \mu_0 I(t) / (2\pi r) \quad (1)$$

In prossimità del dielettrico del condensatore, il solenoide non si trova di fronte alcuna corrente di conduzione, ma solo gli eventuali effetti del campo elettrico variabile fra le armature del condensatore. Per la Terza Equazione di Maxwell, si dovrebbe avere, in assenza di corrente di conduzione:

$$B(t) = \mu_0 \epsilon_0 [d\Phi E(t)/dt] / (2\pi r) \quad (2)$$

cioè alla corrente di conduzione $I(t)$ si dovrebbe sostituire l'effetto della corrente di spostamento $\epsilon_0 [d\Phi E(t)/dt]$, dove $\Phi E(t)$ è il flusso del vettore del campo elettrico fra le armature del condensatore. Essendo il campo elettrico con buona approssimazione uniforme, detta S l'area della superficie di ciascuna armatura, si ha $\Phi E(t) = E(t)S$. Inoltre, per il teorema di Gauss, $\epsilon_0 E(t)S = Q(t)$ essendo $Q(t)$ la carica elettrica indotta su una singola armatura. Quindi, $\epsilon_0 [d\Phi E(t)/dt] = dQ(t)/dt = I(t)$. Sostituendo tale identità nella (2) si ottiene la (1) e, pertanto, **il campo magnetico che si genera fra le armature del condensatore, all'esterno di questo è indistinguibile da quello prodotto dal filo**. Pertanto, anche per la struttura che presenta il condensatore, vale la legge di Biot-Savart sostituendo in prossimità del dielettrico la corrente di conduzione con quella di spostamento. Rimarchiamo inoltre che nel percorso propedeutico è possibile verificare quantitativamente la legge di Biot-Savart. Da tale verifica, per identità comportamentale, risulta così verificata anche la terza equazione di Maxwell.

Una verifica diretta nella configurazione sperimentale di Figura 3 è ancora possibile, considerando tuttavia le seguenti difficoltà:

1. Risulta più difficile misurare l'ampiezza dell'intensità di corrente che circola nel circuito, essendo elevata la frequenza;
2. Gli effetti capacitivi dei conduttori che collegano il solenoide all'oscilloscopio, uniti agli effetti induttivi del solenoide, perturbano il valore di f.e.m. indotta misurata.

Misure di carattere quantitativo hanno tuttavia anche in questo caso fornito risultati soddisfacenti.

Aspetti realizzativi

Il *percorso propedeutico* è stato realizzato con materiale costituito essenzialmente da un tavolino di legno circolare, forato al centro e attraversato da un tubo di rame verticale, lungo 2 metri, reperito come materiale idraulico per la realizzazione di impianti di riscaldamento.

Una struttura analoga, con il tubo di rame sostituito da un tubo rigido di plastica serve per ospitare i generatori, il reostato e un amperometro. Tale tubo ospita all'interno un conduttore di rame di sezione pari a $2,5 \text{ mm}^2$ in grado di sopportare un'intensità di corrente di circa 10 A. Le due strutture con loro tubi verticali formano i primi due lati paralleli del circuito rettangolare. Gli altri due lati sono costituiti dal filo elettrico conduttore sospeso e rasente il pavimento. Per minimizzare gli effetti di bordo, le misure vanno effettuate a circa 1 m dal pavimento (metà asta), verso l'esterno della struttura. I lati superiore e inferiore del rettangolo devono essere lunghi circa 2 m se si vuole effettuare una buona analisi quantitativa con misure effettuate a 10...20 cm dal conduttore verticale, per rendere trascurabile il contributo di campo generato dall'altro conduttore.

Come solenoide, *limitatamente al percorso propedeutico*, è stata utilizzata una bobina da 500 spire priva di traferro, avente una sezione di circa 4 cm^2 .

Per quanto riguarda la rivelazione del campo generato dalla corrente di spostamento, è stato realizzato un condensatore piano ad armature cilindriche, con un dielettrico di spessore pari a $d = 2$

cm. Il condensatore è stato realizzato incollando dei fogli di carta di alluminio su un disco di polistirolo di diametro pari a $D = 1$ m, a cui corrisponde un'area della superficie delle armature $S = \pi D^2/4 = 0,78 \text{ m}^2$. La capacità di tale condensatore risulta pertanto valere $C = \epsilon_0 \epsilon_r S/d = 8,85 \times 10^{-12} \epsilon_r 0,78/0,02 = \epsilon_r \times 3,45 \times 10^{-10} \text{ F}$.

Applicando una differenza di potenziale $v(t) = V_M \sin(\omega t)$, l'intensità di corrente vale $i(t) = C dv(t)/dt = \omega C V_M \cos(\omega t)$. Con riferimento a una frequenza $f = 3 \text{ MHz}$, a cui corrisponde una pulsazione $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 3 \times 10^6 = 1,884 \times 10^7 \text{ rad/s}$. Considerando una tensione di ampiezza massima pari a $V_M = 20 \text{ V}$, si ha $i(t) = 1,884 \times 10^7 \times \epsilon_r \times 3,45 \times 10^{-10} \times 10 \cos(\omega t) = \epsilon_r \times 0,065 \cos(\omega t) \text{ [A]}$.

ϵ_r è la costante dielettrica del polistirolo utilizzato, il cui valore non è noto con precisione essendo presenti molti interstizi di aria, ma stimabile come compreso fra 1 e 3. Con riferimento al caso peggiore, $\epsilon_r = 1$, l'ampiezza massima della corrente vale $I_M = 0,065 \text{ A}$.

Alla distanza $r = 0,55 \text{ m}$ dal condensatore (immediate vicinanze del dielettrico, essendo il suo raggio pari a $0,5 \text{ m}$), l'induzione magnetica ha ampiezza massima $B_M = \mu_0 I_M / (2\pi r) = 4\pi \times 10^{-7} \times 0,065 / (2\pi \times 0,5) = 26 \times 10^{-9} \text{ T}$.

Il solenoide che permette la rivelazione del campo magnetico deve avere un diametro inferiore o uguale a quello del dielettrico (per poter posizionarlo interamente di fronte a quest'ultimo). Utilizzando un solenoide di diametro pari a $d_s = 2 \text{ cm}$, l'area della sua sezione risulta valere $A_s = \pi d_s^2 / 4 = \pi 0,02^2 / 4 = 3,14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. Orientando ottimamente il solenoide, il flusso ha ampiezza massima $\Phi_{B_M} = B_M A_s = 26 \times 10^{-9} \times 3,14 \times 10^{-4} = 8,16 \times 10^{-12} \text{ Wb}$ e varia nel tempo sinusoidalmente con pulsazione ω , cioè $\Phi_{B_M}(t) = 8,16 \times 10^{-12} \cos(\omega t) \text{ [Wb]}$. La f.e.m. indotta nel solenoide, supponendolo costituito da n spire, vale:

$e(t) = n d\Phi_{B_M}(t)/dt = -n \times \omega \times 8,16 \times 10^{-12} \sin(\omega t) = -n \times 1,884 \times 10^7 \times 8,16 \times 10^{-12} \sin(\omega t)$, ottenendo

$e(t) = -n \times 1,884 \times 10^7 \times 8,16 \times 10^{-12} \sin(\omega t) = -n \times 1,53 \times 10^{-4} \sin(\omega t) \text{ [V]}$. Realizzando il solenoide con $n = 30$ spire si ottiene una f.e.m. indotta avente un valor massimo pari a $30 \times 1,53 \times 10^{-4} \text{ V} = 4,59 \text{ mV}$ apprezzabile mediante un oscilloscopio.

La progettazione della struttura è abbastanza delicata, poiché un aumento dello spessore del dielettrico oppure una riduzione del diametro delle armature implica una riduzione della capacità del condensatore (e quindi una diminuzione dell'intensità di corrente). Un aumento della frequenza rischia di violare la validità della teoria dei circuiti elettrici a parametri concentrati. Un aumento del numero di spire del solenoide aumenta la sua induttanza e quindi si possono verificare, alla frequenza operativa, fenomeni di risonanza con la capacità realizzata dal cavo che collega il solenoide con l'oscilloscopio. I valori impiegati, che ammettono comunque ampie variazioni, soddisfano un buon compromesso fra le potenziali problematiche menzionate.

Risulta inoltre molto importante schermare il solenoide dall'intenso campo elettrico che si forma in prossimità del condensatore. Saranno forniti dettagli in merito sul sito di riferimento; anticipiamo che una buona soluzione consiste nel realizzare uno schermo con un sottile foglio di alluminio, collegato alla massa del cavo che congiunge il solenoide con l'oscilloscopio. La struttura potrebbe essere concentrica al solenoide realizzando una sorta di spira **aperta**. Lo spessore molto piccolo del foglio di alluminio minimizza le correnti parassite (a patto che la spira non venga chiusa).

Ringraziamenti

Gli autori ringraziano il Corso di Studi in Ingegneria delle Telecomunicazioni dell'Università di Genova e la rete scolastica che opera nell'ambito della realizzazione di esperienze didattiche sulle trasmissioni via radio (www.iscra.net/radio_educational) per il supporto fornito.